Сделаем вывод уравнения для тонкой стенки (плоской и цилиндрической). Рассмотрим цилиндрическую стенку с наружным радиусом и толщиной стенки . Рассмотрим фрагмент трубы длиной . Обозначим внутренний радиус через , а площадь поперечного сечения трубы – через . Тогда уравнение теплового баланса для элемента трубы будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

где – плотность материала стенки;

– удельная теплоёмкость материала стенки;

– плотность теплового потока на внутренней поверхности стенки;

– плотность теплового потока на наружной поверхности стенки;

– внутренний диаметр стенки;

– наружный диаметр стенки.

Найдём выражение для плотности теплового потока. Для цилиндрической стенки линейный тепловой поток находится по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

где – коэффициент теплоотдачи к внутреннему теплоносителю;

– коэффициент теплоотдачи к наружному теплоносителю;

– коэффициент теплопроводности материала стенки;

– температура жидкости внутри стенки;

– температура жидкости снаружи стенки.

Рассмотрим половину стенки. Для неё можно написать:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

где – температура на срединной поверхности стенки.

Выразим плотность теплового потока на поверхностях стенки. Линейный и поверхностный тепловые потоки связаны между собой уравнением:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Тогда на внутренней поверхности стенки

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

а на наружной поверхности стенки:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Подставим выражения для тепловых потоков (5) и (6) в исходное уравнение (1):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

Заменив в левой части площадь поперечного сечения стенки по формуле Также заменим в (7) все диаметры на соответствующие радиусы. Получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Сократим обе части на и несколько перепишем уравнение:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (9) |

Выполним следующее преобразование:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |

где – средний радиус стенки.

Аналогично:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (11) |

Подставим (10) и (11) в (9) и получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (12) |

Обозначим множители перед разностями температур через – коэффициенты теплопередачи:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (13) |

и

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

Окончательное уравнение для цилиндрической стенки имеет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15) |

Возьмём в правой части температуру стенки на следующем слое по времени, и аппроксимируем производную по времени конечной разностью:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (16) |

где – шаг по времени. Раскроем скобки:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (17) |

Перенесём в левую часть слагаемые, содержащие искомую температуру на следующем слое по времени:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (18) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | (19) |

Получаем окончательно выражение для определения температуры стенки на следующем слое по времени:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (20) |